ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

ĐẶNG THỊ LOAN

DẠNG CHUẨN TẮC CỦA PHƯƠNG TRÌNH ĐẠO HÀM RIÊNG TUYẾN TÍNH CẤP HAI TRÊN MẶT PHẲNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2020

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Đặng Thị Loan

DẠNG CHUẨN TẮC CỦA PHƯƠNG TRÌNH ĐẠO HÀM RIÊNG TUYẾN TÍNH CẤP HAI TRÊN MẶT PHẲNG

Chuyên ngành: Toán Giải Tích
Mã số: 8 46 01 02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Cán bộ hướng dẫn khoa học:
TS. TRỊNH THỊ DIỆP LINH

THÁI NGUYÊN - 2020

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan Luận văn **"Dạng chuẩn tắc của phương trình đạo hàm riêng tuyến tính cấp hai trên mặt phẳng"** là trình bày nghiên cứu khoa học của riêng tôi dưới sự hướng dẫn trực tiếp của **TS. Trịnh Thị Diệp Linh**.

Ngoài ra, trong luận văn tôi còn sử dụng một số kết quả, nhận xét của một số tác giả khác đều có chú thích và trích dẫn nguồn gốc.Trong quá trình nghiên cứu, tôi đã kế thừa thành quả khoa học của các nhà khoa học với sự trân trọng và biết ơn.

Nếu phát hiện bất kỳ sự gian lận nào tôi xin hoàn toàn chịu trách nhiệm về nội dung luận văn của mình.

Thái Nguyên, ngày 15 tháng 9 năm 2020

Tác giả

Đặng Thị Loan

Lời cảm ơn

Luận văn này được hoàn thành tại trường Đại học Sư phạm Thái Nguyên. Tác giả xin bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc đến **TS. Trịnh Thị Diệp Linh** người thầy đã trực tiếp hướng dẫn, tận tình chỉ bảo và động viên tác giả trong suốt thời gian nghiên cứu vừa qua.

Tác giả trân trọng gửi lời cảm ơn đến các thầy, cô giáo Khoa Toán, Phòng Đào tạo Sau đại học, các bạn học viên lớp Cao học K26 Toán giải tích trường Đại học Sư phạm Thái Nguyên đã luôn giúp đỡ, tạo điều kiện thuận lợi cho tác giả trong quá trình học tập và nghiên cứu tại trường.

Tác giả cũng xin bày tỏ biết ơn sâu sắc tới gia đình và người thân đã luôn khuyến khích, động viên tác giả trong suốt quá trình học tập và làm luận văn.

Tác giả mong nhận được những ý kiến đóng góp quý báu của các thầy cô và bạn đọc để luận văn được hoàn thiện hơn.

Thái Nguyên, ngày 15 tháng 9 năm 2020

Người thực hiện

Đặng Thị Loan

Mục lục

Lời nói đầu

Sự khởi đầu của lý thuyết về các dạng chuẩn tắc của phương trình đạo hàm riêng tuyến tính cấp hai trên mặt phẳng được nghiên cứu vào khoảng giữa thế kỷ 18. Vào thời điểm đó d'Alembert và Euler đã đề xuất phương trình sóng và phương trình Laplace để mô tả sự chuyển động của dây và sự thay thế vận tốc của chất lỏng không nén được tương ứng. Sau khi xuất hiện những dạng chuẩn tắc mà đại diện cho các phương trình loại eliptic và phương trình loại hyperbolic, được sử dụng nhiều trong giải tích để áp dụng trong việc giải quyết các bài toán khác nhau. Ngày nay vấn đề này được nhiều người quan tâm và thường được nghiên cứu trong lĩnh vực phương trình đạo hàm riêng. Xét phương trình tổng quát

$$a(x, y)u_{xx} + b(x, y)u_{xy} + c(x, y)u_{yy} = 0, \tag{0.1}$$

với a, b, c là các hệ số trơn, có thể được đưa về các dạng địa phương gần điểm bất kỳ của phương trình hyperbol và elip tương ứng, tức là xét biệt thức D với $D = b^2 - 4ac$ của phương trình (0.1) theo thứ tự là dương và âm, bằng cách thay đổi các tọa độ trơn và thực hiện phép nhân trên một hàm trơn bất biến thích hợp (xem[4]). Đối với một bộ ba tổng quát trơn hoặc trơn đầy đủ trong tôpô Whitney biệt thức là rỗng hoặc là một đường cong trơn được nhúng trong mặt phẳng. Như vậy cho một phương trình tổng quát của phương trình sóng dạng $u_{xx} - u_{yy} = 0$ và phương trình Laplace dạng $u_{xx} + u_{yy} = 0$ các dạng chuẩn tắc hiện nay của phương trình (0.1) chính là gần một điểm nằm ngoài đường thẳng này.

Đường thẳng này được gọi là dạng đường thay đổi vì bất kỳ điểm nào gần nó phương trình gồm có các điểm của cả elip và hyperbol. Phương trình (0.1) thay đổi dạng trong miền được gọi là phương trình dạng hỗn hợp.

Trong nghiên cứu của Tricomi ([xem 6]) đã xét một phương trình gần điểm P của dạng đường thay đổi, đó là phương trình không suy biến của biệt thức, tức là $D(P) = 0$ và $dD(P) \neq 0$ và tại đó phương đặc trưng $dy : dx$ được xác định bởi phương trình

$$a(x, y)dy^2 - b(x, y)dxdy + c(x, y)dx^2 = 0. \tag{0.2}$$

Phương trình (0.2) không tiếp tuyến với đường thẳng. Gần một điểm như vậy, Tricomi đã đưa ra cho (0.1) dạng chuẩn tắc được kí hiệu

$$u_{yy} + yu_{xx} = 0. \tag{0.3}$$

Sau khi thay đổi các tọa độ trơn và thực hiện nhân trên một hàm trơn bất biến. Ở dạng phương trình thay đổi trên trục hoành và nó thuộc phương trình loại eliptic trong miền $y > 0$ và hyperbolic trong miền $y < 0$. Hơn nữa, người ta đã chứng minh rằng phương trình ở dạng chuẩn tắc có hai đặc tính tại mỗi điểm x_0 của trục hoành. Các đặc tính nằm trong miền $y \leq 0$ và có dạng $9(x - x_0)^2 = -4y^3$.

Đối với phương trình (0.3), Tricomi ([xem 6]) trình bày dạng mới về loại bài toán giá trị biên trong miền bị chặn bởi các đặc trưng giao nhau đi từ hai điểm của dạng đường thay đổi và bởi một cung trơn nằm trong miền $y > 0$ và nối các điểm này lại. Đối với các điều kiện biên của Dirichlet được xác định trên cung này và trên một trong hai cung đặc trưng, ông đã chứng minh định lý về sự tồn tại và tính duy nhất của nghiệm. Ngày nay vấn đề này được đặt tên là Tricomi I.

Trong nghiên cứu Tricomi ([xem 6]) cũng cung cấp nền tảng cho dạng chuẩn tắc (0.3) nhưng chứng minh của ông chưa đầy đủ. Sau đó chứng minh đúng cho dạng này được thực hiện bởi Cibrario. Như lưu ý ở trên, những kết quả của Tricomi đã được sử dụng tích cực trong nghiên cứu lý thuyết về các dạng chuẩn tắc của phương trình đạo hàm riêng trên mặt phẳng.

Bước tiếp theo trong lý thuyết về các dạng chuẩn tắc của phương trình đạo hàm riêng hỗn hợp tổng quát trên mặt phẳng chủ yếu được thực hiện sau đó. Luận văn này được trình bày theo tài liệu [3], [4], [7] những kết quả nhận được gần đây và định lý rút gọn, các biến thức khác nhau được sử dụng để thu được các kết quả này.